باسمه تعالی		تاریخ: ۹۸/۱۰/۱۲
نام و نام خانوادگی:.....	اداره آموزش و پرورش ناحیه/شهرستان.....	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
شماره کلاس:	مؤسسه فرهنگی آموزشی امام حسین علیه السلام	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
پایه یازدهم ریاضی	آزمون **حسابان ۱** نیمسال اول	تعداد صفحه:۲

۱	**درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.** الف) در شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ می‌باشد. در این تابع $b > 0$ می‌باشد. درست☐ نادرست☐ ب) فاصلهٔ نقطهٔ وسط پاره خطی که مختصات دو سر آن $A(1,-2)$ و $B(-1,0)$ باشد از مبدأ مختصات برابر یک می‌باشد. درست☐ نادرست☐ ج) هم‌دامنه تابع، زیرمجموعه‌ای از برد تابع می‌باشد. درست☐ نادرست☐ د) معادلهٔ $x - [x] = 2$ جواب ندارد. درست☐ نادرست☐	۱
۲	**جاهای خالی را کامل کنید؟** الف-درمعادلهٔ $3x^2 - 5x + 1 = 0$ اگر αوβ ریشه‌های معادله باشند حاصل $\alpha\beta^2 + \beta\alpha^2$برابر..... می‌باشد. ب- اگر $x = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\lvert -x\rvert - x + [x]$ برابر است با ..... ج- اگر $f = \{(-1,3)\ (2,4)\}$ و $g_{(x)} = x^2 + 3$باشد حاصل $gof_{(2)}$ برابر است با ..... د- مساحت مربعی که دو ضلع آن روی دو خط $2x + y = 3$و $2x + y = -2$ واقع است برابر است با	۱
۳	در ۲۰ جمله اول یک دنبالهٔ حسابی، مجموع جملات شماره‌های فرد ۱۳۵ و مجموع جملات شماره‌های زوج ۱۵۰ می‌باشد. جمله اول و قدر نسبت دنباله را مشخص کنید.	۱/۵
۴	**با توجه به نمودار، تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$،** **ضرایب a و b و c را تعیین کنید.**	۱
۵	**معادلات زیر را حل کنید.** الف) $\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 7\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 6 = 0$ ب) $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1 - x$ ج) $\lvert x - 3\rvert - x = 2$ د) $[x] + [x-3] + [x-2] = 1$	۴
۶	**به روش هندسی جوابهای معادلهٔ زیر را بدست آورید.** $\big\lvert\lvert x\rvert - 1\big\rvert = x^2 - 1$	۱/۵

۷	مقدار a را طوری بیابید که فاصلهٔ مبدأ مختصات از خط $2x + 3y + a = 0$ برابر فاصلهٔ مبدأ مختصات از نقطهٔ $A(-3,2)$ باشد.	۱/۵
۸	**نمودار تابع زیر را رسم کنید و برد آن را تعیین کنید.** $f_{(x)}\begin{cases} -\frac{1}{x} & x > 0 \\ \lvert x\rvert + 1 & x \le 0 \end{cases}$	۱/۵
۹	**نمودار تابع** $f_{(x)} = x[x] + 1$ **را در بازهٔ** [-1 , 1] **رسم کنید.**	۱
۱۰	**به کمک رسم نمودار f وارون‌پذیری تابع** $f_{(x)} = \sqrt{x-1} + 2$ **را بررسی کرده و سپس وارون تابع را بیابید؟**	۱/۵
۱۱	**دو تابع** $f_{(x)} = \frac{x+1}{x-2}$ **و** $g_{(x)} = \sqrt{4-x^2}$ **را در نظر بگیرید.** الف) مقدار $(f + g)(0)$ را بیابید. ب) دامنهٔ f , g و $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید. ج) دامنهٔ $fog_{(x)}$ را تعیین کنید.	۲/۵
۱۲	**اگر** $f_{(x)} = 2^x$ **باشد، حاصل** $f_{(1)} - f^{-1}(8)$ **را بیابید.**	۰/۵
۱۳	**الف) نمودار تابع** $f_{(x)} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ **را رسم کنید.** **ب) خط** $y = \sqrt{2}$ **نمودار این تابع را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند.**	۱/۵

پاسخنامه سؤالات حسابان ۱

① الف) نادرست ب) درست ج) نادرست د) درست

② الف) $\frac{5}{9}$ ب) ۱ ج) ۱۹ د) ۵

③

$S_{20} = 185 \longrightarrow \frac{20}{2}(2a + 19(d)) = 185$

$a_2 + a_4 + a_6 + \cdots a_{20} = 15$

$a_1 + a_3 + \cdots + a_{19} = 135$

$(a_2 - a_1) + (a_4 - a_3) + \cdots + (a_{20} - a_{19}) = 15$

$10d = 15 \rightarrow d = 1.5$

$10(2a + 1.5 \times 19) = 18.5$

$2a + 18.5 = 18.5$

$\boxed{a = 0}$

④

$y = a(x-2)^2 - 1$

$(0,1) \rightarrow 1 = a(0-2)^2 - 1 \Rightarrow 4a = 2 \rightarrow a = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 1 = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

⑤

الف) $\frac{x^2}{3} - 2 = t \quad t^2 - 7t + 6 = 0 \longrightarrow t = 1 \rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 1 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

$\rightarrow t = 6 \rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 6 \rightarrow x^2 = 24 \rightarrow x = \pm\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

ب) $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}) \longrightarrow \frac{1}{1+\sqrt{x}} = 1+\sqrt{x} \rightarrow (1+\sqrt{x})^2 = 1$

$1 - \sqrt{x} = 0 \rightarrow \sqrt{x} = 1 \rightarrow x = 1$

$1 + \sqrt{x} = \pm 1 \rightarrow \sqrt{x} = 0 \rightarrow x = 0$

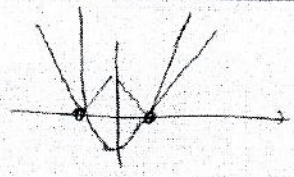
$\sqrt{x} = -2$ ✗

ج) $|x-3| - x = 2 \longrightarrow |x-3| = x + 2 \xrightarrow[x \geq -2]{x+2 \geq 0} |x-3| = \pm(x+2)$

$\longrightarrow$ ✗ $\boxed{x = \frac{1}{2}}$

د) $3[x] - 5 = 1 \longrightarrow 3[x] = 6 \longrightarrow [x] = 2 \longrightarrow 2 \leq x < 3$

⑥



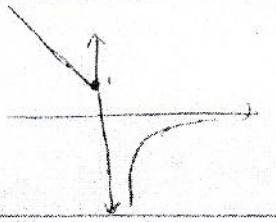
$x = 1$

$x = -1$

۷

$$\frac{|a|}{\sqrt{\varepsilon+9}} = \sqrt{9+\varepsilon} \longrightarrow |a| = 16 \longrightarrow a = \pm 16$$

۸



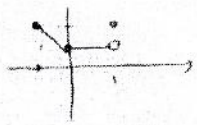
$$R_f = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$$

۹

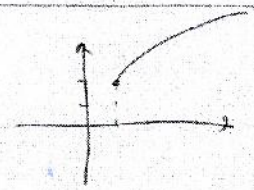
$$-1 \le x < 0 \xrightarrow{[x]=-1} y = -x + 1$$

$$0 \le x < 1 \xrightarrow{[x]=0} y = 1$$

$$x = 1 \longrightarrow \left|_{2}^{1}\right.$$



۱۰



$$y = \sqrt{x-1} + 2$$

$$\sqrt{x-1} = y - 2 \xrightarrow{y \ge 2}$$

$$x - 1 = (y-2)^2$$

$$x = (y-2)^2 + 1$$

$$f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5 \qquad x \ge 2$$

۱۱

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2} \longrightarrow g(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

الف) $(f+g)(0) = f(0) + g(0) = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}$

ب) $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$

ج) $D_g: 4 - x^2 \ge 0 \longrightarrow x^2 \le 4 \longrightarrow -2 \le x \le 2 \longrightarrow D_g = [-2, 2]$

$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{g(x) = 0\} = (-2, 2)$

$\sqrt{4 - x^2} = 0$

$4 - x^2 = 0$

$x = \pm 2$

د) $D_{f \circ g} = \{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \} = \{ x \in [-2, 2] \mid \sqrt{4 - x^2} \in \mathbb{R} - \{2\} \} = [-2, 0) \cup (0, 2]$

$\sqrt{4 - x^2} \ne 2$

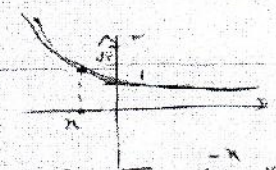
$4 - x^2 \ne 4$

$x^2 \ne 0$

$x \ne 0$

۱۲) $f(1) - f^{-1}(1) = 2 - 2^{-1} = -1$

۱۳)



$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = \sqrt{2} \longrightarrow 2^{-x} = 2^{\frac{1}{2}} \Longrightarrow x = -\frac{1}{2}$$